

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ АРХАНГЕЛЬСКОЙ ОБЛАСТИ

государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение

Архангельской области «Архангельский государственный многопрофильный колледж»

**ЕН.01 МАТЕМАТИКА**

**ТЕМА 01. Матрицы: основные понятия, действия. Определители: понятие, вычисление. Системы линейных уравнений.**

1. **Матрицы** 
   1. Основные понятия.

*Матрица* – прямоугольная таблица чисел, содержащая m строк одинаковой длины (или n столбцов одинаковой длины)

m x n - размер матрицы

сокращенная запись, i - номер строки, j - номер столбца.

*Квадратная матрица* – число строк равно числу столбцов.

*Главная диагональ* – элементы матрицы стоящие на диагонали, идущей из верхнего угла.

*Единичная матрица* – все элементы главной диагонали раны единицы.

Е= единичная матрица второго порядка.

*Нулевая матрица* – все элементы равны нулю.

*Вектор – матрица* – матрица, содержащая один столбец или одну строку.

А=

*Транспонирована матрица* – матрица, полученная из данной заменой каждой ее строки столбцом с тем же номером.

в. Действия над матрицами.

1) *Сложение* (для матриц одинаковых размеров)

Суммой двух матриц называется матрица , такая что =,

i = , j =

2) *Вычитание*

Разностью двух матриц называется матрица , такая что =,

i = , j =

3)*Умножение на число*

Произведение матрицы на число к называется матрица такая, что

=, i = , j =

4) *Произведение* (рассматривается для случая: число столбцов первой матрицы равно числу строк второй матрицы)

Произведением матрицы на матрицу называется матрица такая, что= ++

1. Определители

*Квадратной матрицы А порядка n можно сопоставить число det A (∆), которое называется определителем*

1. n=1 A=(a1 ) ∆= a1

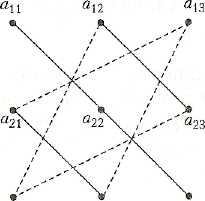
2. n=2 A= ∆ =

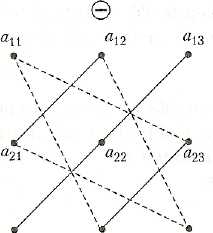
3. n=3 A=

∆ = +

Схема вычисления определителя третьего порядка (Рис.1):

+

а33 а31

а32 а33

а13  а32

Рис.1

**2.Решение задач**

**Пример 1**.Найти сумму и разность матриц

Решение.

Суммой двух матриц называется матрица , такая что = Найдем все элементы результирующей матрицы:

Получаем матрицу: С=

Разностью двух матриц называется матрица , такая что =. проведем вычисления.

С= =

**Пример 2**.Найти произведение матрицы А на число **к**. А= , к=2.

Решение.

Произведение матрицы на число **к** называется матрица такая, что

=.

В = Ак =

**Пример 3**.Даны две матрицы.

А= , В=

Вычислить произведение АВ и ВА.

Решение.

Поскольку число столбцов матрицы *А* равно числу строк матрицы *В,* то произведение матриц *АВ* имеет смысл. По формуле получаем в произведении матрицу размера 3x2:

с11= 1∙0+(-1)∙1+2∙2 =0-1+4=3 первая строка на первый столбец

с12= 1∙1+(-1)∙1+2∙(-2) =1-1-4=-4 первая строка на второй столбец

с21= 0∙0+2∙1+3∙2 =0+2+6=8 вторая строка на первый столбец

с22= 0∙1+2∙1+3∙(-2) =0-1- 6=-4 вторая строка на второй столбец

с31= 1∙0+4∙1+1∙2 =0+4+2 =6 третья строка на первый столбец

с33= 1∙1+4∙1+1∙(-2) =1+4-2=3 третья строка на третий столбец

С= АВ =

Произведение *ВА* не имеет смысла, так как число столбцов матрицы *В*не совпадает с числом строк матрицы *А.*

**Пример 4**. Даны две матрицы А =, В=

Вычислить произведение АВ и ВА.

Решение.

Поскольку число столбцов матрицы *А* равно числу строк матрицы *В,* то произведение матриц *АВ* имеет смысл:

АВ=

Поскольку число столбцов матрицы *В* равно числу строк матрицы А*,* то произведение матриц *АВ* имеет смысл:

ВА =

**Пример 5**. Вычислить определитель матрицы А=

Решение.

Для матрицы второго порядка определитель вычисляется ∆ =

∆ =

**Пример 6**. Вычислить определитель матрицы А=

Решение.

Для вычисления определителя матрицы третьего порядка воспользуемся схемой рис.1.

∆=

1. *Общий вид и свойства системы линейных уравнений*.

Система линейных уравнений с неизвестными имеет вид:

– коэффициенты при неизвестных, - свободные члены, i – номер уравнения, j – номер неизвестного.

Решение системы уравнений – набор n чисел , при подстановке которых в эту систему каждое уравнение этой системы превращается в тождество.

Совместная система уравнений – имеет хотя бы одно решение.

Несовместная система уравнений – не имеет решений.

Определенная система уравнений – имеет одно решение.

Неопределенная система уравнений – больше одного решения.

4) *Метод Крамера*.

1.Составить главный определитель из коэффициентов при неизвестных

∆=

2.Составить вспомогательные определители путем замены в главном определителе соответствующего столбца столбцом, состоящим из свободных членов.

∆(х1) = ∆(х2) = …. ∆(хn) =

3.Если главный определитель не равен нулю, то решение системы находиться по формулам Крамера:

, , ….

*5)Метод Гаусса.*

Рассмотрим метод Гаусса на конкретном примере. Решить систему уравнений.

Решение.

**Прямой ход.**

Составим расширенную матрицу:

Примем за первое ведущее уравнение первое уравнение системы, а за первое ведущее неизвестное – х1 , первым ведущим элементом . Исключим х1 из второго и третьего уравнений:

А) Умножим первую строку на -

2 7 130

В итоге получаем первую строку матрицы: -3 0.

Б) Прибавим ко второй строке ведущую (полученную первую строку):

-3+3 0+18

0 18

В итоге матрица примет вид:

В) Умножим первую строку на -

2 7 130

-5 - - 0

Г) Прибавим к третьей строке ведущую:

-5+5 0+39

0 39

В итоге матрица примет вид:

Примем за второе ведущее уравнение второе уравнение системы, а за второе ведущее неизвестное – х2 , вторым ведущим элементом . Исключим х2 из второго и третьего уравнений:

А) Умножим второе уравнение на -

0∙) 18∙

0

Б) Прибавим к третьему уравнению второе ведущее:

0+0 +

0 0

Получаем:

**Обратный ход.**

Запишем полученную систему уравнений:

Из последнего уравнения найдем:

Из второго уравнения найдем , подставив :

Из первого уравнения найдем , подставив =3:

В итоге получаем решение системы уравнений: , ,

**Пример 7.** Найти решение системы уравнений по методу Крамера.

1.Составим и вычислим главный определитель из коэффициентов при неизвестных

∆=

2.Составить вспомогательные определители путем замены в главном определителе соответствующего столбца столбцом, состоящим из свободных членов.

∆(х1) =

∆(х2) =

∆(х3) =

3. Главный определитель не равен нулю, решение системы находиться по формулам Крамера:

= , ,

**Список литературы по теме:**

1. *Лубягина, Е. Н.* Линейная алгебра : учебное пособие для среднего профессионального образования / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 150 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-12504-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/517608>
2. *Малугин, В. А.* Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач : для среднего профессионального образования / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 478 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-8802-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: [https://urait.ru/bcode/513569](https://urait.ru/bcode/513569" \t "_blank)