

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ АРХАНГЕЛЬСКОЙ ОБЛАСТИ

государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение

Архангельской области «Архангельский государственный многопрофильный колледж»

**ЕН.01 МАТЕМАТИКА**

**ТЕМА 03.** **Прямая и обратная пропорциональность. Пропорция, основное свойство пропорции. Простой процент, сложный процент.**

**Прямая и обратная пропорциональность**

Пропорциональность — это взаимосвязь между двумя величинами, при которой изменение одной из них влечет за собой изменение другой во столько же раз.

Пропорциональность величин может быть прямой и обратной.

**Прямая пропорциональность**

**Прямая пропорциональность** — это зависимость двух величин, при которой одна величина зависит от второй величины так, что их отношение остаётся неизменным. Такие величины называются **прямо пропорциональными** или просто **пропорциональными**.

Рассмотрим пример прямой пропорциональности на формуле пути:

*s* = *vt*,

где  *s*  — это путь,  *v*  — скорость, а  *t*  — время.

При равномерном движении путь пропорционален времени движения. Если взять скорость  *v*  равной  5 км/ч,  то пройденный путь  *s*  будет зависеть только от времени движения  *t*:

|  |
| --- |
| **Скорость *v* = 5 км/ч** |
| **Время *t* (ч)** | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 |
| **Путь *s* (км)** | 5 | 10 | 20 | 40 | 80 |

Из примера видно, что во сколько раз увеличивается время движения  *t*,  во столько же раз увеличивается пройденное расстояние  *s*.  В примере мы увеличивали время каждый раз в 2 раза, так как скорость не менялась, то и расстояние увеличивалось тоже в два раза.

В данном случае скорость  (*v* = 5 км/ч)  является коэффициентом прямой пропорциональности, то есть отношением пути ко времени, которое остаётся неизменным:

|  |  |
| --- | --- |
| *s* |   =  *v*, |
| *t* |

следовательно,

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 5 |  =  | 10 |  =  | 20 |  =  | 40 |  =  | 80 |  = 5. |
| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 |

Если время движения остаётся неизменным, то при равномерном движении расстояние будет пропорционально скорости:

|  |
| --- |
| **Время  *t* = 2 ч** |
| **Скорость  *v* (км/ч)** | 5 | 15 | 45 | 90 |
| **Расстояние  *s* (км)** | 10 | 30 | 90 | 180 |

В этом примере коэффициентом прямой пропорциональности, то есть, отношением пути к скорости, которое остаётся неизменным, является время  (*t* = 2 ч):

|  |  |
| --- | --- |
| *s* |   =  *t*, |
| *v* |

следовательно,

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 10 |  =  | 30 |  =  | 90 |  =  | 180 |  = 2. |
| 5 | 15 | 45 | 90 |

Из данных примеров следует, что *две величины называются прямо пропорциональными, если при увеличении (или уменьшении) одной из них в несколько раз другая увеличивается (или уменьшается) во столько же раз*.

**Формула прямой пропорциональности**

**Формула прямой пропорциональности**:

*y* = *kx*,

где  *y*  и  *x*  — это переменные величины, а  *k*  — это постоянная величина, называемая коэффициентом прямой пропорциональности.

**Коэффициент прямой пропорциональности** — это отношение любых соответствующих значений пропорциональных переменных  *y*  и  *x*  равное одному и тому же числу.

Формула коэффициента прямой пропорциональности:

|  |  |
| --- | --- |
| *y* |   =  *k*. |
| *x* |

**Обратная пропорциональность**

**Обратная пропорциональность** — это зависимость двух величин, при которой увеличение одной величины приводит к пропорциональному уменьшению другой. Такие величины называются **обратно пропорциональными**.

Рассмотрим пример обратной пропорциональности на формуле пути:

*s* = *vt*,

где  *s*  — это путь,  *v*  — скорость, а  *t*  — время.

При прохождении одного и того же пути с разной скоростью движения время будет обратно пропорционально скорости. Если взять путь  *s*  равным  120 км,  то потраченное на преодоление этого пути время  *t*  будет зависеть только от скорости движения  *v*:

|  |
| --- |
| **Путь  *s* = 120 км** |
| **Скорость  *v* (км/ч)** | 10 | 20 | 40 | 80 |
| **Время  *t* (ч)** | 12 | 6 | 3 | 1,5 |

Из примера видно, что во сколько раз увеличивается скорость движения  *v*,  во столько же раз уменьшается время  *t*.  В примере мы увеличивали скорость движения каждый раз в 2 раза, а так как расстояние, которое нужно преодолеть, не менялось, то количество времени на преодоление данного расстояния сокращалось тоже в два раза.

В данном случае путь (*s* = 120 км) является коэффициентом обратной пропорциональности, то есть произведением скорости на время:

*s* = *vt*,

следовательно,

10 · 12 = 20 · 6 = 40 · 3 = 80 · 1,5 = 120.

Из данного примера следует, что *две величины называются обратно пропорциональными, если при увеличении одной из них в несколько раз другая уменьшается во столько же раз*.

**Формула обратной пропорциональности**

**Формула обратной пропорциональности**:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *y*  = | *k* | , |
| *x* |

где  *y*  и  *x*  — это переменные величины, а  *k*  — это постоянная величина, называемая коэффициентом обратной пропорциональности.

**Коэффициент обратной пропорциональности** — это произведение любых соответствующих значений обратно пропорциональных переменных  *y*  и  *x*,  равное одному и тому же числу.

Формула коэффициента обратной пропорциональности:

*xy* = *k*.

***Простой и сложный процент.***

*1) Понятие процента.* Один процент от некоторой величины - это 0,01 часть этой величины. Если не указано, от какой величины берется процент, то эта величина принимается равной **1.**

**Пример 1.** Какую величину составляет 26% от числа 369?

Решение. Решить эту задачу можно двумя способами.

**1 *способ (с помощью составления пропорции):***

Составим пропорцию:

369 - 100%

x - 26%

При решении получим:

x=$\frac{369∙26\%}{100\%}=369∙0,26=95,94$

***2 способ (по определению):***

1% от числа 369 - это 0,01 часть этого числа, тогда 26% будет состав­лять 0,26 частей числа 369. Значит:

х = 0,26∙369 = 95,94

**Пример 2**. Определить величину, от которой 37% составляет 130. Составим пропорцию:

130 - 37%

 *х -* 100%

При решении получим:

$$х=\frac{130∙100\%}{37\%}=351,4$$

*2) Статистические задачи.*

В этом пункте рассмотрим решение двух задач: 1) на вычисление плано­вых показателей; 2) на определение структуры товарооборота предприятия.

Для определения процента выполнения плана используется следующая формула:

**% выполнения плана** $=\frac{фактический показатель}{плановый показатель}∙100\%$

Из основной формулы можно получить формулы для определения фактического или планового показателей.

Для определения структуры (другое название - «процент к итогу») применяется формула:

 **структура *=***$\frac{показатель}{суммарный показатель}∙100\%$

*3) Простой процент. Сложный процент*

Остановимся подробнее на предоставлении капитала в заем или кредит через банк путем создания банковского счета и рассмотрим механизм на­числения процентной ставки. При этом прибыль по вкладу может быть на­числена по принципу простого или сложного процентов.

*Простой процент -* это процент, который начисляется только на ос­новной (первоначальный) капитал.

*Сложный процент -* это процент, который начисляется не только на основной (первоначальный) капитал, но и на заработанную прибыль, не выплаченную в предыдущие сроки («процент на процент»).

**Пример 1.** В коммерческий банк внесен денежный вклад в размере 5000 рублей под 16% годовых (простой процент). Какая сумма будет на­числена, если вклад внесен сроком на 1 год, на 2 года?

Решение.

1) Определить, какая сумма будет начислена через 1 год.

Первоначальный капитал 5000 рублей примем за 100%. Прибыль по вкладу составит 16%. Составим пропорцию и решим ее:

 5000 - 100%

 *х* - 16%

тогда

 $х=\frac{5000∙16\%}{100\%}=800 руб.$

Прибыль по вкладу составит 800 рублей и через 1 год будет начислено

5000 + 800 = 5800 *руб.*

*2)* Определить, какая сумма будет начислена через 2 года.

Так как расчет ведется по простому проценту, то за второй год при­быль будет начисляться от той же суммы 5000 рублей и составит 800 руб­лей, как и за первый год. Поэтому через *2* года (при условии, что вклад вне­сен сразу на 2 года, то есть прибыль за 1-й год не снималась с банковского счета) будет начислена сумма:

5800 + 800 *= 6600руб.*

Так как прибыль по вкладу за равные промежутки времени составляет одинаковую величину, то для определения прибыли за весь промежуток времени нужно прибыль за 1 временной интервал умножить на количество временных интервалов. То есть, результат можно получить иначе:

5000 + 800 + 800 = 5000 + 2-800 = *6600 руб.*

Вывод. Если в коммерческий банк внесен денежный вклад в размере 5000 рублей под 16% годовых (простой процент) сроком на 1 год, то по окончании этого срока будет начислено 5800 рублей. Если вклад внесен сро­ком на 2 года, то по окончании этого срока будет начислено 6600 рублей.

**Пример 2.** В коммерческий банк внесен денежный вклад в размере 5000 рублей под 16% годовых (сложный процент). Какая сумма будет на­числена через 1 год, 2 года (при условии, что в течение этого срока при­быль со счета не снималась)?

Решение.

1)Определить, какая сумма будет начислена через 1 год. Первоначальный капитал 5000 рублей примем за 100%. Прибыль по вкладу составит 16%, значит через 1 год будет начислено 116%. Составим пропорцию и решим ее:

5000 - 100%

 *х* - 116%,

 тогда

 х =$ \frac{5000∙116\%}{100\%}=5000∙1,16=5800 руб.$

Через 1 год будет начислено 5800 рублей.

2) Определить, какая сумма будет начислена через 2 года. Так как расчет ведется по сложному проценту, то за второй год при­быль будет начисляться от суммы 5800 рублей (при условии, что прибыль за первый год не снималась с банковского счета). Составим пропорцию и решим ее:

5800 - 100%

*х -* 116%,

тогда

х==$ \frac{5800∙116\%}{100\%}=5800∙1,16=6728 руб.$

Через 2 года будет начислено 6728 рублей.

Здесь необходимо обратить внимание на то, что каждый год вклад увеличивается в одно и то же количество раз (в данном случае в 1,16 раза (116%: 100%)). То есть, результат можно получить другим способом:

5000∙1,16∙1,16 = 5000∙1,162 = 6728 *руб.*

Вывод. Если в коммерческий банк внесен денежный вклад в размере 5000 рублей под 16% годовых (сложный процент) на 1 год, то по оконча­нии этого срока будет начислено 5800 рублей. Если вклад внесен на 2 года, и прибыль в течение этого времени не снималась, то по окончании этого срока будет начислено 6728 рублей.

**Список литературы по теме:**

1. *Лубягина, Е. Н.* Линейная алгебра: учебное пособие для среднего профессионального образования / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 150 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-12504-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/517608>
2. *Малугин, В. А.* Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач : для среднего профессионального образования / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 478 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-8802-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/513569>